

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2003.

Ομάδα θεμάτων Α.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} (x-2) \sin x \cos x - 1, & x < -\pi \\ \sin x - \cos^2 x, & -\pi \leq x \leq \pi \\ (x-\pi)^2 + \cos x, & x > \pi \end{cases}.$$

1. Υπολογίστε με την μέθοδο της διχοτόμησης τις τέσσερις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ στο διάστημα $x \in [-4, 4]$. Καταγράψτε τις ρίζες ρ_i , $i = 1, \dots, 4$ σε αύξουσα σειρά.

$\rho_1 = \dots \quad \rho_2 = \dots \quad \rho_3 = \dots \quad \rho_4 = \dots$

2. Υπολογίστε την ποσότητα

$$D = \int_{\rho_1}^{\rho_2} f(x) dx + \int_{\rho_3}^{\rho_4} f(x) dx.$$

Για τον υπολογισμό των δύο ολοκληρωμάτων χρησιμοποιήστε μία αριθμητική μέθοδο της επιλογής σας και διαμέριση N σημείων, όπου $50 \leq N \leq 100$.

$D = \dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τόσο τις ρίζες ρ_i , όσο και την ποσότητα D .
-

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2003.

Ομάδα θεμάτων Β.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε την λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$(3-x) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - \sin\left(\frac{x}{2}\right) y = \frac{1}{2} \cos(x^2)$$

στο διάστημα $x \in [-2.5, 2]$ και με αρχικές συνθήκες τις $y(x = -2.5) = 1$ και $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-2.5} = 0$. Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήστε μία μέθοδο της επιλογής σας με διαμέριση τουλάχιστον 101 σημείων. Καταγράψτε τις τιμές της συνάρτησης $y(x)$ και της παραγώγου της $\frac{dy}{dx}$ στο τελικό σημείο $x = 2$.

$y(x = 2) = \dots\dots\dots$ $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε την ποσότητα

$$L = \int_{y(x=-2.5)}^{y(x=2)} f(x) dx + \int_{y'(x=-2.5)}^{y'(x=2)} f(x) dx,$$

όπου $f(x) = \frac{5}{4} e^{\frac{3}{4}(x-1)^2} \sin x$. Για τον υπολογισμό των δύο ολοκληρωμάτων χρησιμοποιήστε μία αριθμητική μέθοδο της επιλογής σας και διαμέριση N σημείων, όπου $50 \leq N \leq 100$.

$L = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τόσο τις τιμές της συνάρτησης $y(x)$ και της παραγώγου της $\frac{dy}{dx}$ στο τελικό σημείο $x = 2$, όσο την ποσότητα L .

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2004.

Ομάδα θεμάτων Α.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε τις τρεις ρίζες ρ_1, ρ_2, ρ_3 της συνάρτησης

$$f(x) = \cos x + \frac{x}{4}$$

στο διάστημα $x \in [-\pi, 2\pi]$. Για τον σκοπό αυτό υποδιαιρέστε το δοσμένο διάστημα σε 20 υποδιαστήματα και, σε όποιο υποδιάστημα υπάρχει ρίζα, εφαρμόστε την μέθοδο της διχοτόμησης με επιθυμητή ακρίβεια 0.1 για να πάρετε μία εκτίμηση της κάθε ρίζας. Στην συνέχεια χρησιμοποιείστε την μέθοδο Newton-Raphson για να πάρετε μία ακριβέστερη τιμή της κάθε ρίζας δίνοντας σαν αρχική εκτίμηση την τιμή που βρήκατε από την μέθοδο της διχοτόμησης. Καταγράψτε τις ρίζες που βρίσκετε:

$\rho_1 = \dots\dots\dots$ $\rho_2 = \dots\dots\dots$ $\rho_3 = \dots\dots\dots$

2. Βρείτε την λύση του γραμμικού συστήματος $Ax = B$, όπου A ο πίνακας

$$A_{ij} = 4 + \sin(2.5ij)$$

και $B = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}$. Καταγράψτε την λύση $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ του συστήματος:

$x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$ $x_3 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τόσο τις τρεις ρίζες της εξίσωσης, όσο και την λύση του γραμμικού συστήματος.

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2004.

Ομάδα θεμάτων Δ.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$I(x_{\text{up}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_{\text{up}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

σε 16 ισαπέχουσες τιμές του άνω ορίου x_{up} στο διάστημα $x_{\text{up}} \in [-3, 3]$. Για την αριθμητική ολοκλήρωση χρησιμοποιήστε την μέθοδο Simpson ($\frac{1}{3}$) με 100 τουλάχιστον υποδιαστήματα. Καταχωρήστε τα αποτελέσματά σας σε έναν πίνακα. Καταγράψτε την τιμή του ολοκληρώματος στα σημεία $x_{\text{up}} = -1$ και $x_{\text{up}} = 1.8$:

$$I(x_{\text{up}} = -1) = \dots\dots\dots I(x_{\text{up}} = 1.8) = \dots\dots\dots$$

2. Χρησιμοποιήστε μία μέθοδο παρεμβολής της επιλογής σας για να εκτιμήσετε την τιμή του ολοκληρώματος $I(x_{\text{up}})$ στα σημεία $x_a = -1.5$ και $x_b = 0.4$. Καταγράψτε τα αποτελέσματά σας:

$$I(x_{\text{up}} = x_a) = \dots\dots\dots I(x_{\text{up}} = x_b) = \dots\dots\dots$$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο

(α') τα σημεία x_{up} και τις αντίστοιχες τιμές των ολοκληρωμάτων $I(x_{\text{up}})$, ταξινομημένα σε στήλες,

(β') την εκτιμώμενη τιμή του ολοκληρώματος $I(x_{\text{up}})$ στα σημεία x_a και x_b .

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2004.

Ομάδα θεμάτων Γ.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε τις δέκα ρίζες $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{10}$ της συνάρτησης

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + \sin(2x) + 1, & x \leq 0 \\ xe^{-\frac{x}{2}} + \cos(3x), & x > 0 \end{cases}$$

στο διάστημα $x \in [-1, 9]$. Για τον σκοπό αυτό υποδιαιρέστε το δοσμένο διάστημα σε 50 υποδιαστήματα και, σε όποιο υποδιάστημα υπάρχει ρίζα, εφαρμόστε την μέθοδο της διατέμνουσας για να βρείτε την τιμή της ρίζας. Καταγράψτε την πρώτη και την δέκατη ρίζα που βρίσκετε:

$\rho_1 = \dots\dots\dots$

$\rho_{10} = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε τα εμβαδά $S_1, S_2, \dots, S_9$ των εννέα χωρίων που ορίζονται από τον άξονα x και την καμπύλη $f(x)$ στο δοσμένο διάστημα. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήστε την μέθοδο ολοκλήρωσης Simpson ($\frac{1}{3}$), επιλέγοντας έναν αριθμό υποδιαστημάτων N στην περιοχή $100 \leq N \leq 200$. Καταγράψτε το πρώτο και το ένατο εμβαδό:

$S_1 = \dots\dots\dots$

$S_9 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τόσο τις ρίζες της εξίσωσης, όσο και τα εμβαδά των χωρίων.

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2004.

Ομάδα θεμάτων Β.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε την λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$(5 - x) \frac{d^2 y}{dx^2} + x^2 \frac{dy}{dx} y + e^x y = \frac{3}{4} \sin x$$

στο διάστημα $x \in [-1.5, 3.5]$ και με αρχικές συνθήκες τις $y(x = -1.5) = 1$ και $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=-1.5} = 2$. Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήστε την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης με διαμέριση 21 σημείων. Καταγράψτε την τιμή της συνάρτησης $y(x)$ και την τιμή της παραγώγου $\frac{dy}{dx}$ στο τελικό σημείο $x = 3.5$:

$$y(x = 3.5) = \dots\dots\dots \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=3.5} = \dots\dots\dots$$

2. Χρησιμοποιήστε μία μέθοδο παρεμβολής της επιλογής σας για να εκτιμήσετε την τιμή της συνάρτησης $y(x)$ και την τιμή της παραγώγου $\frac{dy}{dx}$ στα σημεία $x_a = 0.6$ και $x_b = 3.1$. Καταγράψτε τα αποτελέσματά σας:

$$y(x_a) = \dots\dots\dots \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_a} = \dots\dots\dots$$

$$y(x_b) = \dots\dots\dots \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_b} = \dots\dots\dots$$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο

(α') τα σημεία x , τις τιμές της συνάρτησης $y(x)$ και τις τιμές της παραγώγου $\frac{dy}{dx}$, ταξινομημένα σε στήλες,

(β') την τιμή της συνάρτησης και την τιμή της παραγώγου στα σημεία x_a και x_b .

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2004.

Ομάδα θεμάτων Α.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Σε έναν μη αρμονικό ταλαντωτή, ο ρυθμός μεταβολής της απομάκρυνσης $q(t)$ και της ορμής $p(t)$ περιγράφεται από τις διαφορικές εξισώσεις

$$\begin{aligned}\frac{dq}{dt} &= \frac{p}{M_a}, \\ \frac{dp}{dt} &= -M_a \omega^2 q - 3aq^2 - 4bq^3,\end{aligned}$$

όπου M_a , ω , a , b σταθερές. Βρείτε την λύση του παραπάνω συστήματος διαφορικών εξισώσεων στο διάστημα $t \in [0, 2]$, με αρχικές συνθήκες τις $q(t=0) = 0$ και $p(t=0) = 1$. Για τις σταθερές χρησιμοποιήστε τις τιμές $M_a = \omega = b = 1$ και $a = 2$. Η αριθμητική επίλυση του προβλήματος πρέπει να γίνει με την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης και με διαμέριση τουλάχιστον 61 σημείων. Καταγράψτε τις τιμές της απομάκρυνσης $q(t)$ και της ορμής $p(t)$ την τελική χρονική στιγμή $t = 2 \text{ sec}$.

$q(t=2) = \dots\dots\dots$ $p(t=2) = \dots\dots\dots$

2. Χρησιμοποιήστε γραμμική παρεμβολή στα αποτελέσματά σας για να εκτιμήσετε τόσο την απομάκρυνση $q(t)$, όσο και για την ορμή $p(t)$ την χρονική στιγμή $t = 0.43 \text{ sec}$.

$q(t=0.43) = \dots\dots\dots$ $p(t=0.43) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις τιμές της απομάκρυνσης $q(t)$ και της ορμής $p(t)$ τις χρονικές στιγμές $t = 2 \text{ sec}$ και $t = 0.43 \text{ sec}$. Όλες οι αριθμητικές ποσότητες που αποθηκεύετε θα πρέπει να συνοδεύονται από επεξηγηματικό κείμενο.

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2005.

Ομάδα θεμάτων Α.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε την λύση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = -\frac{3}{4}y_1 + 2x^2 \sin(y_2) \\ \frac{dy_2}{dx} = y_1 y_2 \end{cases}$$

στο διάστημα $x \in [0, 2]$ και με αρχικές συνθήκες τις $y_1(0) = -1$ και $y_2(0) = 2.5$. Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήστε την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης με διαμέριση 21 σημείων. Καταγράψτε την τιμή των συναρτήσεων $y_1(x)$ και $y_2(x)$ στο τελικό σημείο $x = 2$:

$y_1(2) = \dots\dots\dots$ $y_2(2) = \dots\dots\dots$

2. Χρησιμοποιήστε παρεμβολή Lagrange για να εκτιμήσετε την τιμή των συναρτήσεων $y_1(x)$ και $y_2(x)$ σε 41 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $x \in [0, 2]$. Καταγράψτε την εκτιμώμενη τιμή των συναρτήσεων $y_1(x)$ και $y_2(x)$ στο σημείο $x = 1.25$:

$y_1(1.25) = \dots\dots\dots$ $y_2(1.25) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τα 41 σημεία x στα οποία κάνατε παρεμβολή και τις αντίστοιχες τιμές των συναρτήσεων $y_1(x)$ και $y_2(x)$, ταξινομημένα σε στήλες.

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2005.

Ομάδα θεμάτων Β.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Γράψτε μία συνάρτηση η οποία θα δέχεται έναν πραγματικό αριθμό u και θα υπολογίζει το ολοκλήρωμα

$$Intg(x) = \int_{-2}^x f(u) du,$$

όπου $f(u) = e^{-u^2} + u \cos u$. Για την αριθμητική ολοκλήρωση χρησιμοποιείτε τον κανόνα του Simpson και διαμέριση τουλάχιστον 100 υποδιαστημάτων. Στην συνέχεια δημιουργήστε δύο μονοδιάστατους πίνακες X και Y με 41 στοιχεία. Καταχωρήστε στον πίνακα X ισαπέχουσες τιμές της μεταβλητής x στο διάστημα $[0, 4]$ και στον πίνακα Y τις αντίστοιχες τιμές του ολοκληρώματος $Y_i = Intg(X_i)$. Καταγράψτε την τιμή του ολοκληρώματος στα σημεία $x = 0$ και $x = 4$:

$Intg(0) = \dots\dots\dots$

$Intg(4) = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε την ρίζα της συνάρτησης $Intg(x)$ στο διάστημα $[2, 4]$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο της διατέμνουσας. Καταγράψτε το αποτέλεσμα σας:

ρίζα της συνάρτησης $Intg(x) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο (α) τους πίνακες X και Y , ταξινομημένους σε δύο στήλες, (β) την ρίζα της συνάρτησης $Intg(x)$.

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2005.

Ομάδα θεμάτων Γ.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε την λύση του γραμμικού συστήματος τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους $AX = B$, όπου τα στοιχεία των πινάκων A και B δίνονται από τους τύπους $A_{ij} = \sqrt{\frac{i^2+j^2}{2}}$ και $B_i = 1 - \sqrt{\frac{i}{3}}$, αντίστοιχα. Για την αριθμητική επίλυση του συστήματος χρησιμοποιήστε την απαλοιφή κατά Gauss με μερική οδήγηση. Επαληθεύστε την λύση που εξάγετε υπολογίζοντας τον πίνακα $V = AX - B$. Καταγράψτε την λύση του συστήματος X :

$X(1) = \dots\dots\dots X(2) = \dots\dots\dots X(3) = \dots\dots\dots X(4) = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$L_f = \int_{X(1)}^{X(2)} f(x) dx, \quad L_g = \int_{X(3)}^{X(4)} g(x) dx,$$

όπου $f(x) = \frac{1}{\sin x + 2}$ και $g(x) = e^{-x^2}$. Για την αριθμητική ολοκλήρωση χρησιμοποιήστε την μέθοδο Romberg με ακρίβεια 10^{-6} . Καταγράψτε τα αποτελέσματά σας:

$L_f = \dots\dots\dots L_g = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο την λύση του συστήματος X , τον πίνακα V και την τιμή των ολοκληρωμάτων L_f και L_g .

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2005.

Ομάδα θεμάτων Δ.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Βρείτε την λύση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = \sin(y_2) - y_1 \\ \frac{dy_2}{dx} = x + \sin(y_1) + \cos(y_2) \end{cases}$$

σε 31 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $x \in [-0.5, 2.5]$ και με αρχικές συνθήκες τις $y_1(-0.5) = 3$ και $y_2(-0.5) = 0$. Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήστε την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης. Καταγράψτε την τιμή των συναρτήσεων $y_1(x)$ και $y_2(x)$ στο τελικό σημείο $x = 2.5$:

$y_1(2.5) = \dots\dots\dots$ $y_2(2.5) = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε την ρίζα των συναρτήσεων

$$f(x) = \sqrt{x} - \sin(x + 1), \quad g(x) = \frac{x}{5} + \cos(x + 2),$$

μέσα στο διάστημα $[y_1(2.5), y_2(2.5)]$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο της διχοτόμησης. Καταγράψτε τα αποτελέσματά σας:

ρίζα της $f(x) = \dots\dots\dots$ ρίζα της $g(x) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο (α) τα σημεία x και την τιμή των συναρτήσεων $y_1(x)$ και $y_2(x)$ στα σημεία αυτά, ταξινομημένα σε στήλες και (β) την ρίζα των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

Καλή επιτυχία

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική ΙΙ - Εργαστήριο Εξετάσεις περιόδου Ιουνίου 2005

Ομάδα Θεμάτων Α

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Δίνεται το παρακάτω σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dx} &= y_1 + y_2 - x \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 - y_2 + x^2\end{aligned}$$

Επιλύστε το παραπάνω σύστημα αριθμητικώς στο διάστημα $x \in [0, 1]$ με αρχικές συνθήκες τις $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 0$. Για να το επιλύσετε εφαρμόστε τη μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης διαμερίζοντας το διάστημα $[0, 1]$ σε $N = 21$ σημεία. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $x = 1.0$.

$y_1(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

$y_2(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

2. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο παρεμβολής Lagrange υπολογίστε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 σε $N = 51$ σημεία στο διάστημα $x \in [0, 1]$. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $x = 0.36$.

$y_1(x = 0.36) = \dots\dots\dots$

$y_2(x = 0.36) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 όπως αυτές προκύπτουν από τα ερωτήματα 1 και 2.

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική ΙΙ - Εργαστήριο

Εξετάσεις περιόδου Ιουνίου 2005

Ομάδα Θεμάτων Γ

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Θεωρούμε μια διαμέριση 5 σημείων x_i στο διάστημα $x \in [1, 2]$ και μια διαμέριση επίσης 5 σημείων y_j στο ίδιο διάστημα ($y \in [1, 2]$). Βάσει των διαμερίσεων αυτών κατασκευάζουμε τον τετραγωνικό πίνακα 5×5

$$A_{ij} = \delta_{ij} + \sin(\sqrt{x_i^2 + y_j^2})$$

όπου

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

και τον πίνακα 5×1

$$B_i = x_i$$

α) Υπολογίστε αριθμητικώς την ορίζουσα $\det(A)$ του πίνακα A_{ij} .

$\det(A) = \dots\dots\dots$

β) Επιλύστε αριθμητικώς το γραμμικό σύστημα $AX = B$. Καταγράψτε το πρώτο και το τελευταίο στοιχείο του πίνακα X .

$X_1 = \dots\dots\dots$

$X_5 = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$I = \int_1^2 \int_1^2 \sqrt{x^2 + 3} \exp[-x^2 + \det(A)] \sin(\sqrt{y^2 + 3}) dx dy$$

χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Romberg με ακρίβεια 10^{-5} . Καταγράψτε την τιμή του ολοκληρώματος.

$I = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο την τιμή της ορίζουσας του πίνακα A , τα στοιχεία του πίνακα X και την τιμή του ολοκληρώματος.

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική ΙΙ - Εργαστήριο Εξετάσεις περιόδου Ιουνίου 2005

Ομάδα Θεμάτων Β

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x - 0.05x(x + 6)$. Να υπολογίσετε τα σημεία στα οποία παρουσιάζει ελάχιστα και μέγιστα (6 συνολικά) η παραπάνω συνάρτηση στο διάστημα $x \in [-10, 10]$ με ακρίβεια 10^{-5} χρησιμοποιώντας μια αριθμητική μέθοδο της αρεσκείας σας.

Έστω $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_6$ διατεταγμένα κατ' αύξουσα σειρά τα σημεία στα οποία η f παρουσιάζει μέγιστα και ελάχιστα. Καταγράψτε το πρώτο και το τελευταίο σημείο.

$\rho_1 = \dots\dots\dots$

$\rho_6 = \dots\dots\dots$

2. Χρησιμοποιώντας τα $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_6$ του προηγούμενου ερωτήματος, κατασκευάστε τη συνάρτηση

$$g(x) = \sum_{i=1}^6 \rho_i x^i$$

Καταγράψτε τις τιμές της g στα σημεία $x = 0.5$ και $x = 1.5$.

$g(x = 0.5) = \dots\dots\dots$

$g(x = 1.5) = \dots\dots\dots$

3. Δίνεται η διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dy}{dx} = y(x) - g(x)$$

Επιλύστε την παραπάνω διαφορική εξίσωση αριθμητικώς στο διάστημα $x \in [0.5, 1.5]$ με αρχική συνθήκη την $y(0) = 1.0$. Για να το επιλύσετε εφαρμόστε τη μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης διαμερίζοντας το διάστημα $[0.5, 1.5]$ σε $N = 21$ σημεία.

Καταγράψτε την τιμή της συνάρτησης y στα σημεία $x = 1.0$ και $x = 1.5$.

$y(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

$y(x = 1.5) = \dots\dots\dots$

4. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τα ελάχιστα και μέγιστα που βρήκατε από το ερώτημα 1 καθώς και τις τιμές της y του ερωτήματος 3.

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική ΙΙ - Εργαστήριο Εξετάσεις περιόδου Ιουνίου 2005

Ομάδα Θεμάτων Δ

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Θεωρήστε τον τετραγωνικό πίνακα 2×2 :

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} -0.1 & -\sin x \\ 1 & x - 3 \end{pmatrix}$$

όπου $x \in [3, 7]$.

Βρείτε αριθμητικώς για ποιές τιμές του x η ορίζουσα $\det(A)$ του πίνακα A μηδενίζεται. Καταγράψτε τις δύο τιμές που βρήκατε:

$\rho_1 = \dots\dots\dots$

$\rho_2 = \dots\dots\dots$

2. Έχοντας υπολογίσει τις ρ_1 και ρ_2 να επιλύσετε το παρακάτω σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= \rho_1 y_1 + \rho_2 y_2 - t \\ \frac{dy_2}{dt} &= \rho_1 y_1 - \rho_2 y_2 + t^2 \end{aligned}$$

Επιλύστε το παραπάνω σύστημα αριθμητικώς στο διάστημα $t \in [0, 1]$ με αρχικές συνθήκες τις $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 0$. Για να το επιλύσετε εφαρμόστε τη μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης διαμερίζοντας το διάστημα $[0, 1]$ σε $N = 21$ σημεία. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $t = 1.0$.

$y_1(t = 1.0) = \dots\dots\dots$

$y_2(t = 1.0) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις ρίζες του ερωτήματος 1 καθώς τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 .

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική II - Εργαστήριο

Εξετάσεις περιόδου Σεπτεμβρίου 2005

Ομάδα Θεμάτων Α

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Δίνεται το παρακάτω σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dx} &= y_1 - 2y_2 - 4 \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 - y_2 + 3x\end{aligned}$$

Επιλύστε το παραπάνω σύστημα αριθμητικώς στο διάστημα $x \in [0, 1]$ με αρχικές συνθήκες τις $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 1$. Για να το επιλύσετε εφαρμόστε τη μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης διαμερίζοντας το διάστημα $[0, 1]$ σε $N = 21$ σημεία. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $x = 1.0$.

$y_1(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

$y_2(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

2. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του προηγούμενου ερωτήματος, υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$I_1 = \int_0^1 y_1(x)dx \quad , \quad I_2 = \int_0^1 y_2(x)dx$$

χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Simpson για διαμέριση $N = 21$ σημείων. Καταγράψτε τα αποτελέσματά σας.

$I_1 = \dots\dots\dots$

$I_2 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 όπως αυτές προκύπτουν από το ερώτημα 1 καθώς επίσης και τις τιμές των ολοκληρωμάτων.

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική II - Εργαστήριο

Εξετάσεις περιόδου Σεπτεμβρίου 2005

Ομάδα Θεμάτων Β

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Θεωρούμε μια διαμέριση 11 σημείων x_i στο διάστημα $x \in [1, 2]$ και μια διαμέριση επίσης 11 σημείων y_j στο ίδιο διάστημα ($y \in [1, 2]$). Βάσει των διαμερίσεων αυτών κατασκευάζουμε τον τετραγωνικό πίνακα 11×11

$$A_{ij} = \epsilon_{ij} + \cosh [(x_i^2 + y_j^2)^{-3/2}]$$

όπου

$$\epsilon_{ij} = \begin{cases} 1, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$$

και τον πίνακα 11×1

$$B_i = 5x_i - 2.$$

α) Υπολογίστε αριθμητικώς την ορίζουσα $\det(A)$ του πίνακα A_{ij} .

$\det(A) = \dots\dots\dots$

β) Επιλύστε αριθμητικώς το γραμμικό σύστημα $AX = B$. Καταγράψτε το πρώτο και το τελευταίο στοιχείο του πίνακα X .

$X_1 = \dots\dots\dots$

$X_{11} = \dots\dots\dots$

2. Βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης

$$\sin x - 0.1x - \frac{1}{10} \det(A) + 2 = 0$$

στο διάστημα $[-10, 10]$. Καταγράψτε την πρώτη και την πέμπτη ρίζα

$\rho_1 = \dots\dots\dots$

$\rho_5 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο την τιμή της ορίζουσας του πίνακα A , τα στοιχεία του πίνακα X και τις ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος 2.

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική II – Εργαστήριο

Εξεταστική Εαρινού Εξαμήνου 2006

Ημερομηνία:

Ομάδα θεμάτων **A**

Ονοματεπώνυμο :

Έτος σπουδών :

Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90:

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 0.9 \sin x - \frac{2x^2 + 2}{2x^2 + 1} \cos x$. Να βρεθούν με την μέθοδο της διχοτόμησης οι 6 ρίζες της συνάρτησης στο διάστημα $[-5, 15]$ διαιρώντας το αρχικό διάστημα σε 1000 υποδιαστήματα και χρησιμοποιώντας 200 επαναλήψεις στο υποπρόγραμμα που υπολογίζει τις ρίζες με τη μέθοδο της διχοτόμησης. Οι ρίζες να σωθούν στον πίνακα XR. Καταγράψτε την δεύτερη και πέμπτη ρίζα σε αύξουσα σειρά :

XR(2) =

XR(5) =

2. Κατόπιν υπολογίστε χρησιμοποιώντας τις μεθόδους Romberg και Simpson ($\frac{1}{3}$) και χρησιμοποιώντας τουλάχιστον 100 υποδιαστήματα το παρακάτω ολοκλήρωμα I:

$$I = \int_{-5}^{x_{up}} (x - x^2) f(x) dx$$

όπου το x_{up} παίρνει τιμές από τον πίνακα XR. Σώστε τα αποτελέσματα στους πίνακες INTROM και INTSIM αντίστοιχα. Καταγράψτε τις τιμές του ολοκληρώματος για x_{up} ίσο με τις δύο ρίζες που καταγράψατε στο πρώτο ερώτημα :

INTROM(2) =

INTROM(5) =

INTSIM(2) =

INTSIM(5) =

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις ρίζες της συνάρτησης $f(x)$ του πρώτου ερωτήματος καθώς και τις τιμές του ολοκληρώματος I.

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική II – Εργαστήριο

Εξεταστική Εαρινού Εξαμήνου 2006

Ημερομηνία:

Ομάδα θεμάτων **B**

Ονοματεπώνυμο :

Έτος σπουδών :

Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90:

1. Θεωρούμε μία διαμέριση 21 στοιχείων x_i στο διάστημα $x \in [5, 15]$ καθώς και μία διαμέριση 21 στοιχείων y_i στο διάστημα $y \in [-2, 2]$. Βάσει αυτών των δύο διαμερίσεων κατασκευάζουμε τον τετραγωνικό πίνακα 21×21

$$A_{ij} = \cosh x + (i - j) \sinh y$$

καθώς και τον πίνακα 21×1 : $B_i = 2x_i - y_i + 1$.

A) υπολογίστε αριθμητικώς την ορίζουσα $\det(A)$ του πίνακα A_{ij}

B) επιλύστε αριθμητικώς το σύστημα $AX = B$. Καταγράψτε το πρώτο και τελευταίο στοιχείο του πίνακα X

$X(1) = \dots\dots\dots$

$X(21) = \dots\dots\dots$

2. Κατόπιν υπολογίστε χρησιμοποιώντας τις μεθόδους Romberg και Simpson ($\frac{1}{3}$) και χρησιμοποιώντας τουλάχιστον 200 υποδιαστήματα το παρακάτω ολοκλήρωμα I :

$$I = \int_{-2}^{xright} (x^2 - x + 1)(\sin x)^2 dx ,$$

όπου το $xright$ παίρνει όλες τις δυνατές τιμές από τον πίνακα X . Σώστε τα αποτελέσματα στους πίνακες INTROM και INTSIM αντίστοιχα. Καταγράψτε τις τιμές του ολοκληρώματος για $xright = X(21)$:

$INTROM(xright = X(21)) = \dots\dots\dots$

$INTSIM(xright = X(21)) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τους πίνακες $X, INTROM, INTSIM$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ II
Εξεταστική περίοδος Ιουλίου 2006.

Ομάδα Α

Ονοματεπώνυμο.....

Α.Μ.....

Απαντήστε τα παρακάτω ερωτήματα χρησιμοποιώντας προγράμματα σε Fortran 90.

1. Δίνεται το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων:

$$\frac{dy_1}{dx} = 2y_2 - y_1,$$

$$\frac{dy_2}{dx} = e^{-x} - y_2$$

με αρχικές συνθήκες $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 0$. Χρησιμοποιώντας διαμέριση $h = 0.001$, να βρεθούν οι τιμές των συναρτήσεων στο σημείο $x = 2$, δηλαδή τα $y_1(2)$ και $y_2(2)$.

2. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \cos(x) * (x^3 - 2 + \sin^2(x))$$

Να βρεθούν οι δύο ρίζες ρ_1 και ρ_2 της $f(x) = 0$ στο διάστημα $(0,2)$, με ακρίβεια τέταρτου δεκαδικού ψηφίου.

3. Δημιουργήστε ένα αρχείο και καταχωρήστε τις τιμές των $y_1(2)$ και $y_2(2)$, καθώς και των ρ_1 , $f(\rho_1)$, ρ_2 , και $f(\rho_2)$.

$y_1(2) =$

$y_2(2) =$

$\rho_1 =$

$\rho_2 =$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ II
Εξεταστική περίοδος Ιουλίου 2006.

Ομάδα Β

Ονοματεπώνυμο.....

A.M.....

Απαντήστε τα παρακάτω ερωτήματα χρησιμοποιώντας προγράμματα σε Fortran 90.

1. Δίνεται το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων:

$$\frac{dy_1}{dx} = \sin(x) + y_2,$$

$$\frac{dy_2}{dx} = \cos(x) - y_1$$

με αρχικές συνθήκες $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 0$. Χρησιμοποιώντας διαμέριση $h = 0.001$, να βρεθούν οι τιμές των συναρτήσεων στο σημείο $x = 2$, δηλαδή τα $y_1(2)$ και $y_2(2)$.

2. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \sin(x^2) * (x^3 - 2 + \cos^2(x))$$

Να βρεθούν οι δύο ρίζες ρ_1 και ρ_2 της $f(x) = 0$ στο διάστημα $(0.5, 2)$, με ακρίβεια τέταρτου δεκαδικού ψηφίου.

3. Δημιουργήστε ένα αρχείο και καταχωρήστε τις τιμές των $y_1(2)$ και $y_2(2)$, καθώς και των ρ_1 , $f(\rho_1)$, ρ_2 , και $f(\rho_2)$.

$y_1(2) =$

$y_2(2) =$

$\rho_1 =$

$\rho_2 =$

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2006.

Ομάδα θεμάτων Α.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Γράψτε μία συνάρτηση η οποία θα δέχεται δύο πραγματικούς αριθμούς a, b και θα υπολογίζει το ολοκλήρωμα

$$\text{Intg}(a, b) = \int_a^b f(u) du,$$

όπου $f(u) = u + e^{\sin u}$. Για την αριθμητική ολοκλήρωση, η συνάρτηση αυτή θα πρέπει να χρησιμοποιεί την μέθοδο Romberg με ακρίβεια έξι δεκαδικών ψηφίων. Στην συνέχεια χρησιμοποιήστε την συνάρτηση Intg για να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα $I_1 = \int_{-4}^{-2} f(u) du$ και $I_2 = \int_5^6 f(u) du$. Καταγράψτε τις τιμές που βρίσκετε:

$I_1 = \dots\dots\dots$

$I_2 = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε τις πέντε ρίζες της συνάρτησης $g(x) = \sin x + \cos\left(\frac{3}{2}x\right)$ στο διάστημα $[I_1, I_2]$ χρησιμοποιώντας επαναληπτικά την μέθοδο της διατέμνουσας. Καταγράψτε την μικρότερη και την μεγαλύτερη ρίζα:

$\rho_1 = \dots\dots\dots$

$\rho_5 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο (α) τις τιμές των ολοκληρωμάτων I_1, I_2 και (β) τις πέντε ρίζες της συνάρτησης $g(x)$.

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2006.

Ομάδα θεμάτων Β.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Επιλύστε το τριδιαγώνιο σύστημα

$$\begin{aligned}4x_1 - x_2 &= 3 \\2x_1 - x_2 + 5x_3 &= 5 \\-x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= -2 \\x_3 + 3x_4 + 3x_5 &= -6 \\5x_4 + x_5 - x_6 &= 1 \\3x_5 + 2x_6 &= 2\end{aligned}$$

με την μέθοδο απαλοιφής Gauss για τριδιαγώνια συστήματα.

$$x_1 = \dots\dots\dots x_4 = \dots\dots\dots x_6 = \dots\dots\dots$$

2. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα $I_1 = \int_{x_1}^{x_2} |x| \sin x dx$ και $I_2 = \int_{x_5}^{x_6} e^{\cos x} dx$ με την μέθοδο Romberg και με ακρίβεια πέντε δεκαδικών ψηφίων.

$$I_1 = \dots\dots\dots I_2 = \dots\dots\dots$$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο (α) την λύση του τριδιαγώνιου συστήματος και (β) τις τιμές των ολοκληρωμάτων I_1 και I_2 .

Καλή επιτυχία

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2008.

Ομάδα θεμάτων Β.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Επιλύστε το γραμμικό σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους $AX = B$, όπου τα στοιχεία των πινάκων A και B δίνονται από τους τύπους $A_{ij} = -\sqrt{i^3 + \frac{i^4}{2}}$ και $B_i = \sin\left(\frac{i^2}{3}\right)$, αντίστοιχα. Για την αριθμητική επίλυση του συστήματος χρησιμοποιήστε την απαλοιφή κατά Gauss με μερική οδήγηση. Επαληθεύστε την λύση που εξάγετε υπολογίζοντας τον πίνακα $V = AX - B$. Υπολογίστε επίσης την ορίζουσα του πίνακα A . Καταγράψτε τα αποτελέσματα που εξάγετε:

$X(1) = \dots\dots\dots X(2) = \dots\dots\dots X(3) = \dots\dots\dots X(4) = \dots\dots\dots$
 $\det A = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$I_1 = \int_{X(1)}^{X(2)} \frac{\sin(x^2)}{x^2 + 1} dx, \quad I_2 = \int_{X(3)}^{X(4)} e^{-x} \cos(x^2 - 1) dx$$

χρησιμοποιώντας την μέθοδο Romberg με ακρίβεια 10^{-5} . Καταγράψτε τα αποτελέσματά σας:

$I_1 = \dots\dots\dots I_2 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο την λύση του συστήματος X , τον πίνακα επαλήθευσης V , την ορίζουσα $\det A$ και την τιμή των ολοκληρωμάτων I_1 και I_2 .

Καλή επιτυχία

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική ΙΙ - Εργαστήριο Εξετάσεις Ιουνίου 2008

Ημερομηνία: 7/7/2008

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Δίνεται το παρακάτω σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dx} &= y_1 - 2y_2 + 2x \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 + y_2 - 3x\end{aligned}$$

Επιλύστε το παραπάνω σύστημα αριθμητικώς στο διάστημα $x \in [0, 1]$ με αρχικές συνθήκες τις $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 1$. Για να το επιλύσετε εφαρμόστε τη μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης διαμερίζοντας το διάστημα $[0, 1]$ σε $N = 21$ σημεία. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $x = 1.0$.

$y_1(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

$y_2(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

2. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο παρεμβολής Lagrange υπολογίστε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 σε $N = 51$ σημεία στο διάστημα $x \in [0, 1]$. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $x = 0.88$.

$y_1(x = 0.88) = \dots\dots\dots$

$y_2(x = 0.88) = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 όπως αυτές προκύπτουν από τα ερωτήματα 1 και 2.

Τμήμα επιστήμης των υλικών

Πληροφορική II — Εργαστήριο

Εξετάσεις Ιουνίου 2008.

Ομάδα θεμάτων Α.

Επώνυμο: Όνομα: αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα σε Fortran 90.

1. Η διαφορική εξίσωση της κίνησης ενός απλού εκκρεμούς είναι

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{g}{\ell} \sin y,$$

όπου y η γωνία ταλάντωσης, x ο χρόνος, g η βαρυτική επιτάχυνση και ℓ το μήκος του εκκρεμούς (όλες οι φυσικές ποσότητες εκφράζονται στο σύστημα S.I., με $g = 9.8$, $\ell = 1$). Επιλύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών που περιγράφεται από αυτήν την διαφορική εξίσωση και τις αρχικές συνθήκες $y(0) = \frac{\pi}{3}$ και $y'(0) = 0$, στο διάστημα $x \in [0, 4]$. Για την επίλυση χρησιμοποιήστε την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης και διαμέριση 21 σημείων. Καταγράψτε την τιμή των συναρτήσεων $y(x)$ και $y'(x)$ στο τελικό σημείο $x = 4$:

$y(4) = \dots\dots\dots$

$y'(4) = \dots\dots\dots$

2. Δώστε τιμές ένα πίνακα X_{intp} με 41 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[0, 4]$. Στην συνέχεια χρησιμοποιήστε παρεμβολή Lagrange για να εκτιμήσετε την τιμή των συναρτήσεων $y(x)$ και $y'(x)$ σε κάθε σημείο του πίνακα X_{intp} . Καταχωρήστε τα αποτελέσματά σας σε δύο πίνακες Y_{intp} και $Yder_{\text{intp}}$. Καταγράψτε τις δύο τιμές που ζητώνται:

$Y_{\text{intp}}(20) = \dots\dots\dots$

$Yder_{\text{intp}}(20) = \dots\dots\dots$

3. Η προσεγγιστική αναλυτική λύση του παραπάνω προβλήματος δίνεται από την συνάρτηση

$$y_{\text{approx}}(x) = \frac{\pi}{3} \cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}x\right)$$

Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τους πίνακες X_{intp} , Y_{intp} και $Yder_{\text{intp}}$, ταξινομημένους σε στήλες, καθώς επίσης και μία ακόμα στήλη, στην οποία θα καταχωρείται η τιμή της προσεγγιστικής συνάρτησης $y_{\text{approx}}(x)$ για κάθε σημείο x του πίνακα X_{intp} .

Καλή επιτυχία

Τμήμα Επιστήμης των Υλικών

Πληροφορική ΙΙ - Εργαστήριο Εξετάσεις Ιουλίου 2008

Ημερομηνία: 7/7/2008

Ομάδα Θεμάτων Β

Επώνυμο: Όνομα: Αριθμός μητρώου:

Επιλύστε το παρακάτω πρόβλημα κατασκευάζοντας ένα πρόγραμμα σε FORTRAN 90

1. Δίνεται το παρακάτω σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dx} &= y_1 + y_2 - x \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 - 2y_2 + 2x\end{aligned}$$

Επιλύστε το παραπάνω σύστημα αριθμητικώς στο διάστημα $x \in [0, 1]$ με αρχικές συνθήκες τις $y_1(0) = 0$ και $y_2(0) = 1$. Για να το επιλύσετε εφαρμόστε τη μέθοδο Euler διαμερίζοντας το διάστημα $[0, 1]$ σε $N = 51$ σημεία. Καταγράψτε τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 στο σημείο $x = 1.0$.

$y_1(x = 1.0) = \dots\dots\dots$ $y_2(x = 1.0) = \dots\dots\dots$

2. Κατόπιν, χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Simpson υπολογίστε τα ολοκληρώματα των συναρτήσεων $I_1 = \int_0^1 y_1(x)dx$ και $I_2 = \int_0^1 y_2(x)dx$. Καταγράψτε τις τιμές των ολοκληρωμάτων I_1 και I_2 .

$I_1 = \dots\dots\dots$ $I_2 = \dots\dots\dots$

3. Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο τις τιμές των συναρτήσεων y_1 και y_2 καθώς και τα αντίστοιχα ολοκληρώματά τους, I_1 και I_2 .